Electiva 188 - Introducción a Octave
Trabajo Práctico 2

Daniel Millán
Nora Moyano & Iván Ferrari

Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, UNCuyo
San Rafael 5600, Argentina
Abril de 2018

Realice preguntas y no tenga miedo de experimentar (como simple usuario no debería poder realizar demasiados ***estragos***).

Ejercicio 1. La distancia en $\mathbb{R}^3$ entre un punto $P_0 = (x_0, y_0, z_0)$ y un plano dado por $ax + by + cz + d = 0$, es $|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|/\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$, suponiendo que a, b y c no son todos cero.

Determine la distancia entre P_0 y un plano en los siguientes casos.

1. Sea $P_0 = (0.5, 0.5, 0.5)$ y el plano $x + y + z = \sqrt{3}$.
2. Sea $P_0 = (\sqrt{1/2}, \sqrt{1/2}, -\sqrt{1/3})$ y el plano que pasa por $(1, 1, 1)$ y cuya normal es $(-1, 1, 1)/\sqrt{3}$.

Ejercicio 2. Simule que tira un dado 1000 veces, almacene los valores en un vector $\boldsymbol{x}$.

1. Determine la probabilidad de sacar un 3. ¿Cuánto difiere del valor esperado?
2. ¿Qué sucede si tira 100000?
3. Grafique el histograma y verifique el valor de la probabilidad para cada cara del dado. *Ayuda:*
```
>> hist(x,6)
>> p=hist(x,6)/100000
```

Ejercicio 3. Genere un vector $\boldsymbol{x}$ que contenga 10000 valores de la distribución normal.

1. Transforme los valores almacenados en $\boldsymbol{x}$ para que la media sea 100 y la desviación estándar 5, llame al nuevo vector $\boldsymbol{y}$.
2. Para el nuevo vector $\boldsymbol{y}$ calcule la media de la muestra, la desviación estándar y la varianza.
```
>>stats = [mean(y) std(y) var(y)]
```
3. Determine el valor mínimo y máximo, el valor de la mediana y del primer y tercer cuartilo de $\boldsymbol{y}$. *Ayuda:* `doc quantile`.
4. Compare los resultados previos con los obtenidos mediante el comando `statistics(x)`.

Ejercicio 4. Sea $\boldsymbol{A}$ la matriz de Hilbert de 5×5 dada por

$$A = [a_{ij}] \quad \text{donde} \quad a_{ij} = \frac{1}{i+j-1}.$$

Utilizando el programa `Octave` calcule los siguientes ítems.

1. $\boldsymbol{A}^{-1}$, $\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{A}$, $(\boldsymbol{A}^{-1})^{-1}\boldsymbol{A}^{-1}$, $\det(\boldsymbol{A})\det(\boldsymbol{A}^{-1})$.

2. Verifique que el número de condición calculado mediante la orden $cond(\boldsymbol{A})$. ¿Cuál es la utilidad de dicho número? *Ayuda*: ejecute la orden *help cond*, consulte *wiki*.

3. Realice una discusión en base a los resultados obtenidos en caso de utilizar precisión *single/float* o *double*.

Ejercicio 5. Genere una matriz `A` de números aleatorios de 10x10, con distribución normal de media 0 y varianza 1.

1. Calcule la media de cada columna y de cada fila.

2. Ordene las columnas de la matriz `A` en función del valor de la media de cada columna, en orden ascendente (de menor a mayor).

3. ¿El reordenamiento realizado en el punto anterior cambia el número de condición de la matriz resultante?

4. Dada la matriz original `A` muestre la matriz de esparsidad si se consideran solo los valores menores o mayores a cero.

5. Dada la matriz original `A` genere una nueva matriz donde los valores A_{ij} mayores a un valor umbral son redefinidos como ese valor umbral.

Ejercicio 6. Mediante el empleo de la función `magic` genere 6 matrices de tamaños 2x3, 3x4, 3x7, 4x4, 7x3 y 8x3. Ensamble las 6 matrices en una única matriz `A` de 10x10.

1. ¿Es invertible la matriz ensamblada de 10x10? Responda sin computar la `inv(A)`.

2. Dada la matriz ensamblada `A` de 10x10 elimine las filas y columnas impares.

3. A partir de la matriz ensamblada `A` obtenga una matriz simétrica. ¿Es invertible la matriz simétrica del punto anterior?

Ejercicio 7. Modelo de petróleo refinado.

Una compañía petrolera dispone de tres refinerías de petróleo. Estas se denominan de la siguiente forma: Refinería 1, Refinería 2 y Refinería 3. Cada refinería produce tres productos basados en el crudo: Alquitrán, Gasóleo y Gasolina. Supongamos que, de un barril de petróleo, se sabe que:

- la primera refinería produce 4 litros de alquitrán, 2 de gasóleo, y 1 de gasolina.
- la segunda refinería produce 2 litros de alquitrán, 5 de gasóleo y 2.5 de gasolina.
- y la tercera refinería produce 2 litros de alquitrán, 2 de gasóleo y 5 de gasolina.

Supongamos que hay una demanda de estos productos de la siguiente manera: 600 litros de alquitrán, 800 litros de gasóleo y 1000 litros de gasolina.

¿Cuántos barriles de crudo necesitará cada refinería para satisfacer la demanda?.

Análisis en estado estacionario de un sistema de reactores

En este problema se analiza y desarrolla el ejemplo propuesto en el Capítulo 12: Estudio de casos: ecuaciones algebraicas lineales.

- Steven C. Chapra y Raymond P. Canale, "Métodos numéricos para ingenieros", McGraw-Hill, 5ta Edición, 2007.

Antecedentes

El principio de conservación de la masa se expresa como un balance que toma en cuenta todas las fuentes y sumideros de un fluido que entra y sale de un volumen, ver Figura 1. En un periodo finito, esto se expresa como:

$$\text{Acumulación} = \text{Entradas} - \text{Salidas}. \tag{1}$$

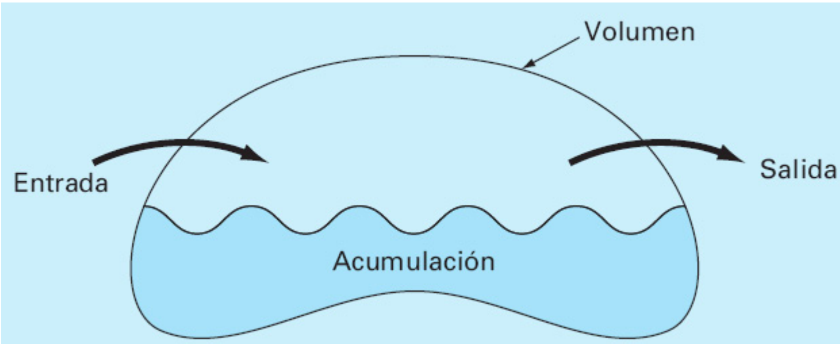

Figura 1: Una representación esquemática del balance de masa.

El balance de masa representa un ejercicio de contabilidad para la sustancia en particular que se modela. En estado estacionario, la Ecuación (1) se expresa como:

$$\text{Entradas} = \text{Salidas}. \tag{2}$$

Emplearemos el principio de conservación de la masa para determinar las concentraciones en estado estacionario de un sistema de 5 reactores conectados por tuberías. Los detalles se muestran en la Figura 2.

La matriz del sistema que se muestra en la Figura 2 queda expresada como

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 6 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 8 & -11 & 2 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}.$$

Análisis

Las siguientes consideraciones pueden resultar de interés y utilidad para aquellos ingenieros que diseñan y/o manejan sistemas como éste.

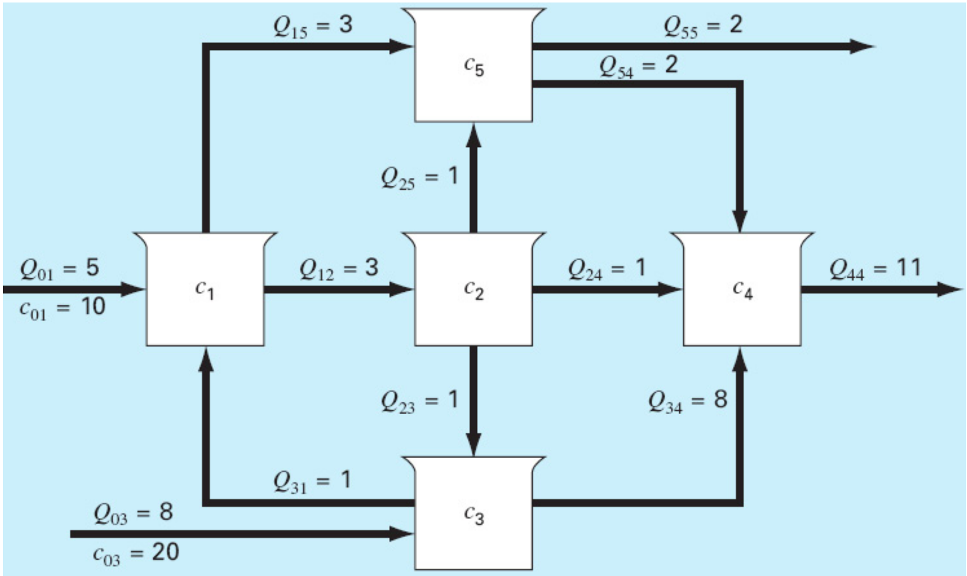

Figura 2: Una representación esquemática del sistema de 5 reactores conectados por tuberías.

Dado que $\boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}$, y por lo tanto $\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}$ nos interesa analizar las características "estructurales" de la inversa de la matriz del sistema. Calculamos la inversa, que se expresa como

$$\boldsymbol{A}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.16981 & -0.00629 & 0.01887 & 0 & 0 \\ 0.16981 & -0.33962 & 0.01887 & 0 & 0 \\ 0.01887 & -0.03774 & 0.11321 & 0 & 0 \\ 0.06003 & -0.07461 & 0.08748 & -0.09091 & -0.04545 \\ 0.16981 & -0.08962 & 0.01887 & 0 & -0.25000 \end{bmatrix}.$$

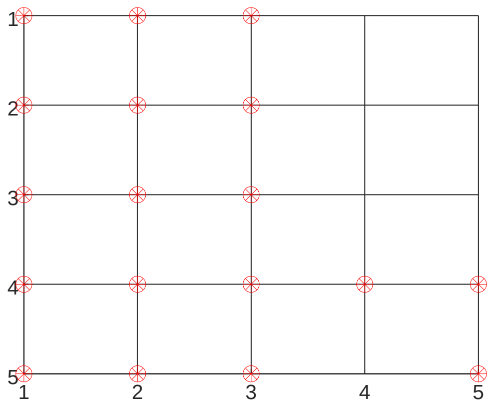

Figura 3: Patrón de esparsidad de la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}$.

En la Figura 3 se muestra el patrón de esparsidad de la matriz $\boldsymbol{A}^{-1}$, en el cual se representan sólo los elementos distintos de cero. Esta forma de ver una dada matriz es de gran utilidad en aquellos sistemas con un gran número de entradas. Además, siempre es posible utilizar un "filtro" para poner a cero ciertos valores, por ejemplo en caso de que no se desee considerar valores menores a un cierto umbral.

Cada uno de los elementos $[A^{-1}]_{ij}$ significa el cambio en la concentración del reactor i debido a un cambio unitario en la carga del reactor j. De esta forma, los ceros en la columna 4 indican que una carga en el reactor 4 no influirá sobre los reactores 1, 2, 3 y 5. Esto es consistente con la configuración del sistema (Figura 2), la cual indica que el flujo de salida del reactor 4 no alimenta ningún otro reactor. En cambio, las cargas en cualquiera de los tres primeros reactores afectarán al sistema completo, como se indica por la ausencia de ceros en las primeras tres columnas.

Ahora, defimos el vector de carga para este problema

$$\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} Qc_{01} \\ 0 \\ Qc_{02} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

donde $Qc_{01} = Q_{01}c_{01} = 50$ y $Qc_{02} = Q_{02}c_{02} = 160$, como se puede apreciar en la Figura 2.

Finalmente resolvemos la concentraciones en cada reactor para el estado estacionario

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 11.509 \\ 11.509 \\ 19.057 \\ 16.998 \\ 11.509 \end{bmatrix}.$$

Ejercicio 8.

Sea el conjunto de 5 reactores químicos que se muestra en la Figura 2.

1. Muestre el patrón de esparsidad de $\boldsymbol{A}^{-1}$ cuando se considera un valor de umbral de $|0.02|$.
2. ¿Cómo afecta, al valor de las concentraciones resultantes, considerar un umbral de $|0.02|$ (punto anterior) en el resultado final? Explique y compare empleando valores porcentuales.
3. Considere el problema original. Si se aumenta en un 10 % el caudal de entrada $\boldsymbol{Q}_{01}$ por un mal funcionamiento de una bomba. Analice el nuevo estado estacionario del sistema. ¿Puede inferir algún tipo de acción de cara a la planificación del mantenimiento o monitoreo del sistema? Justifique.

Entrega obligatoria: Ejercicios 2, 5 y 8.

Se podrá presentar una guía de problemas en grupos de a lo sumo 2 integrantes. Los TPs se deben presentar en pdf via email a dmillan@fcai.uncu.edu.ar y deben constar de una cabecera con:

a) número y nombre de la electiva y responsables

b) número de TP que se entrega

c) nombre de los integrantes

d) carrera a la que pertenecen

e) email de contacto

f) número de legajo

Nota: el TPs debe ser conciso y responder de forma breve pero clara lo que se pide.