Introducción a Octave
Trabajo Práctico 4

Daniel Millán, Nicolás Muzi

CONICET
&
Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, UNCuyo
San Rafael 5600, Argentina

Mayo–Junio de 2022

Ejercicio 1. Dada la serie definida por la expresión

$$\phi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+x)} = \sum_{k=1}^{\infty} \phi_k(x),$$

la cual es una serie uniformemente convergente para $x \in [0, 1]$. Se sabe que $\phi(0) = \frac{\pi^2}{6}$ y $\phi(1) = 1$.

1. Determine el número N de términos de la serie necesarios para que el error sea

$$e_N = \left| \phi(1) - \sum_{k=1}^{N} \phi_k(1) \right| \leq 10^{-6}.$$

   Grafique en una escala logarítmica el error en función del número de términos considerados en la serie, e_n desde $n = 1, \ldots, N$.

   Ayuda: emplee el *script* TP4_Ej1_Serie.m subido a la web de la asignatura.

2. Se desea encontrar de forma aproximada el valor al que converge la serie para $x = 0.5$. Para ello se calcula la convergencia con un error de truncamiento $\tilde{e}(x) < 0.5 \times 10^{-8}$, donde el error de truncamiento se define como $\tilde{e}(x) = |\phi_{k+1}(x) - \phi_k(x)|$. Indique el número de términos de la serie necesarios para cumplir con el error de truncamiento deseado así como el valor aproximado de $\phi(0.5)$.

3. Graficar el valor aproximado de $\phi(x)$ en el intervalo $\mathcal{I} = [0, 1]$ tal que el error $\tilde{e}(x) \leq 10^{-6}\, \forall\, x \in \mathcal{I}$. Para esto emplee el procedimiento desarrollado en el punto anterior y evalúe ϕ para 20 valores de $x \in \mathcal{I}$ uniformemente distribuidos. Además muestre el número N de términos necesarios para cumplir con el error de truncamiento $\tilde{e}$ para cada valor de x.

Ejercicio 2. Se desea analizar el movimiento de una partícula que tiene una trayectoria helicoidal en 3D. La posición de la partícula en el espacio, $\boldsymbol{r}(t)$, se encuentra parametrizada en función del tiempo como $\boldsymbol{r}(t) = (x(t), y(t), z(t))$, donde:

$$x(t) = \frac{t}{2}\cos(t), \quad y(t) = \frac{t}{3}\sin(t), \quad z(t) = t.$$

Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. Grafique el movimiento de la partícula en 3D para cada instante de tiempo t en el intervalo de tiempo comprendido entre 0 y 3π.

2. Determine la distancia $d_P(t)$ entre un punto que se desplaza sobre la trayectoria $\boldsymbol{r}(t)$ y el plano $\sin(t)\,x + \cos(t)\,y + z = 3t$. Grafique $d_P(t)$ en el intervalo $[0, 3\pi]$.

3. Genere una función anónima para calcular la rapidez de la trayectoria

$$\|\boldsymbol{r}'(t)\| = \sqrt{\left(x'(t)\right)^2 + \left(y'(t)\right)^2 + \left(z'(t)\right)^2}.$$

   Grafique la rapidez en función de t.

4. Calcule la longitud de arco que describe la trayectoria en función del tiempo $t \in [0, 3\pi]$

$$L(t) = \int_0^t \|\boldsymbol{r}'(\tau)\|\, d\tau.$$

   Esto lo debe realizar mediante integración numérica empleando la función `quad`.

Ayuda: emplee el *script* TP4_Ej2_Trayectoria3D.m subido a la web de la asignatura.

Ejercicio 3. Isotermas.

Se conoce como ecuación de Van der Waals para n moles de un gas a:

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT,$$

donde P es la presión del fluido, medido en atmósferas, V es el volumen (en litros), T es la temperatura en grados Kelvin y R (atm.l/mol.K) es la constante universal de los gases. Los valores de a y b son característicos de cada gas.

Se llaman isotermas las curvas que se obtienen al representar la ecuación de Van der Waals para una temperatura fija. Consideremos un gas que verifica la ecuación:

$$\left(P + \frac{3}{V^2}\right)(3V - 1) = 8T$$

1. Escribe un *script* que represente una gráfica con las isotermas de ese gas (P en función de V), para distintos valores de T : 0.5, 0.7, 0.9, 1.1 y 1.3. Deberás ajustar los valores de los ejes para tener una visión aceptable de todas ellas.

2. Además, cada curva debe ir con un trazo diferenciado, con el texto que indique la isoterma que se ha representado, así como el título de la gráfica y la etiqueta de los ejes. Escoge una presión constante de valor α. Dibuja la recta $p = \alpha$ conjuntamente con las isotermas. ¿Hay algún volumen a esa presión? ¿Hay más de uno? Razona la respuesta.

Hint: Debe utilizar un loop, a diferencia del práctico anterior.

Ejercicio 4. Se poseen 3 dados. Se desea analizar la función de densidad de probabilidad (FDP) del valor de la suma de las caras.

Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. ¿Cuál es la cardinalidad del espacio muestral? Es decir ¿Cuántos resultados posibles hay?

2. Determine la FDP de la muestra si se realizan N tiradas, para $N = 10^4, 10^5, 10^6$. Compare en un gráfico las FDPs obtenidas.

3. ¿Cuál es el valor más probable y cuál es la esperanza matemática de la variable analizada: suma de las caras?

4. De los resultados obtenidos es posible inferir el número de resultados favorables para los distintos valores de la suma de las caras. Dicho de otra forma ¿cuál es el valor teórico de la probabilidad de la suma de las caras?

Ayuda: no emplee bucles `for` o `while`.

Ejercicio 5. En los envases térmicos tipo "termo", similares al se ilustra en la Figura 1, el compartimiento interior está separado del medio ambiente por vacío. Hay una cubierta exterior alrededor de los envases. Esta cubierta está separada de la capa media por una capa delgada de aire. La superficie de afuera de la cubierta exterior está en contacto con el aire del ambiente.

La transferencia de calor del compartimiento interior a la capa siguiente q_1 sólo ocurre por radiación (ya que el espacio se encuentra vacío). La transferencia de calor entre la capa media y la cubierta exterior q_2 es por convección en un espacio pequeño. La transferencia de calor de la cubierta exterior hacia el aire q_3 sucede por convección natural.

El balance de energía del "termo" para el estado estacionario se expresa por las relaciones:

$$
\begin{aligned}
q_1 &= 10^{-9}[(T_0 + 273)^4 - (T_1 + 273)^4], \\
q_2 &= 4(T_1 - T_2), \\
q_2 &= 1.3(T_2 - T_3)^{4/3}.
\end{aligned}
$$

El flujo de calor desde cada región de los envases debe ser igual, es decir, $q_1 = q_2 = q_3$.

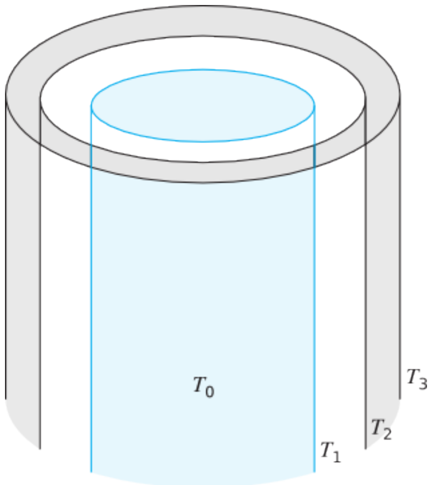

Figura 1: Envase térmico.

Mediante el empleo de un *script* en Octave encuentre las temperaturas T_1 y T_2 en estado estacionario. La temperatura del fluido contenido en el "termo" es $T_0 = 90°C$, mientras que la temperatura exterior T_3 varía en el rango $[10, 30]°C$.

Ayuda: Considere emplear `fsolve`, esta es una función que resuelve un sistema de ecuaciones no-lineales del tipo $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \mathbf{0}$, donde $\boldsymbol{F}$ es una función vectorial y $\boldsymbol{x}$ es un vector o una matriz.

Ejercicio 6. La cantidad de calor Q para calentar o enfriar un material desde una temperatura T_1 hasta T_2 es

$$Q = m\,(H_2 - H_1) = m\,\Delta H = m \int_{T_1}^{T_2} c_p\, dT,$$

donde m es la masa del material, H_2 y H_1 son las entalpías a las temperaturas T_2 y T_1 respectivamente, mientras que c_p es el calor específico del material.

Considere que se mezclan perfectamente dos fluidos A y B, con temperaturas diferentes, de modo que alcanzan la misma temperatura. La mezcla se realiza en un recipiente perfectamente aislado del medio exterior, es decir mediante un proceso adiabático.

La capacidad calorífica específica o calor específico a presión constante del fluido A está dada por:

$$c_p = 3.381 + 1.804 \times 10^{-2} T – 4.300 \times 10^{-6} T^2,$$

y el calor específico del fluido B se obtiene con:

$$c_p = 8.592 + 1.290 \times 10^{-1} T – 4.078 \times 10^{-5} T^2,$$

donde c_p se expresa en unidades de cal/mol K y T está en unidades de K.

El fluido A entra al mezclador a T_{A1} =400ºC y el B entra a una temperatura T_{B1} entre 500ºC y 800ºC. Al mezclador entra el doble de fluido A que B. Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. Cree funciones anónimas de c_P para el fluido A y B. Grafique el comportamiento de los calores específicos entre 400ºC y 800ºC.

2. ¿A qué temperatura T_2 salen los dos fluidos del mezclador en el rango analizado? Grafique la respuesta.

3. Muestre gráficamente el incremento de entalpía ΔH en kcal/mol ganado o perdido en función de T_{B1} por el fluido A y B, respectivamente.

Ayuda: emplee el *script* TP4_Ej6_Calor_Mezcla.m subido a la web de la asignatura.

Ejercicio 7. Estudio climático en el oasis sur de la provincia de Mendoza. Datos meteorológicos 2016-2017. Pablo Castro; Rubén Osorio; Carlos Brieva / INTA EEA Rama Caída PRET Desarrollo del Oasis Sur / Mayo 2018.

`https://inta.gob.ar/sites/default/files/estudio_climatico_2016-2017.pdf`

En el informe del INTA se reportan las temperaturas obtenidas durante la temporada 2016-2017 en la Estación Experimental del INTA de Rama Caída.

- Longitud: -68,392853.
- Latitud: -34,668353.
- Altitud 723 msnm.
- Temp media 16,5ºC.
- Tem máx 43,4ºC.
- Tem mín -4,3ºC.

Los datos de este periodo pueden ser descargados de la web del curso Introducción a Octave (TP4_Ej7_Temperaturas_INTARamaCaida_2016-2017.csv), los mismos se han obtenido mediante un sensor Ibutton 54C341, se toma una medición cada 30 min, siendo la primera a las 0:00:01hs (48 en un día). Para las temperaturas medidas se pide:

1. Graficar la temperatura en función del tiempo.
2. Graficar la temperatura máxima diaria en función del tiempo.
3. Graficar la temperatura mínima diaria en función del tiempo.
4. Graficar la temperatura media diaria en función del tiempo.

5. Verificar que los valores reportados en el informe del INTA son correctos.
6. Determinar el día en que se han obtenido los valores de temperatura media, máxima absoluta y mínima absoluta reportados en el informe del INTA.

Ayuda: descargue el script TP4_Ej7_Temperaturas_INTARamaCaida.m.

Ejercicio 8. Hay que separar una mezcla de benceno y tolueno en un reactor flash. ¿A qué temperatura deberá operarse el reactor para obtener la mayor pureza de tolueno en la fase líquida (maximizar x_T)? La presión en el reactor varía en el rango de 600 a 1000 mm Hg. Las unidades en la ecuación de Antoine son mm Hg y $°C$ para presión y temperatura, respectivamente.

$$
\begin{aligned}
P &= x_B P_{sat_B} + x_T P_{sat_T}, \\
\log_{10}(P_{sat_B}) &= 6.905 - \frac{1211}{T + 221}, \\
\log_{10}(P_{sat_T}) &= 6.953 - \frac{1344}{T + 219}.
\end{aligned}
$$

Entrega obligatoria de los *scripts* utilizados para resolver los Ejercicios 1, 7 y otros dos a libre elección.