



# Electiva 188 - Introducción a Octave

## Trabajo Práctico 5

Daniel Millán, Nicolás Muzi

CONICET

ℰ

Facultad de Ciencias Aplicadas a la Industria, UNCuyo  
San Rafael 5600, Argentina  
Mayo–Junio de 2022

### Ejercicio 1. Cinemática del sólido rígido.

Se considera un sistema de barras que giran sin rozamiento, ver diagrama en Figura 1. Una barra AB de longitud  $a = 10\text{cm}$  gira con velocidad angular  $\omega = 12\text{rad/s}$  en sentido anti horario, respecto al punto A que se encuentra fijo. A esta barra está unida una barra BC de longitud  $b = 15\text{cm}$ , la cual gira libremente. Finalmente el otro extremo de la barra BC está unida a la barra CD de longitud  $c = 20\text{cm}$  que posee su otro extremo fijo.

Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. Determinar la posición de los extremos de las barras en función del tiempo, grafique las trayectorias en el plano  $xy$ .
2. Graficar la posición horizontal y vertical del punto C en función del tiempo.
3. Determinar numéricamente la velocidad del punto de unión C para cada instante de tiempo.
4. Realizar una animación para ver la cinemática de las barras. Muestre en la misma figura la posición de las barras y la velocidad horizontal y vertical del punto C en función del tiempo.

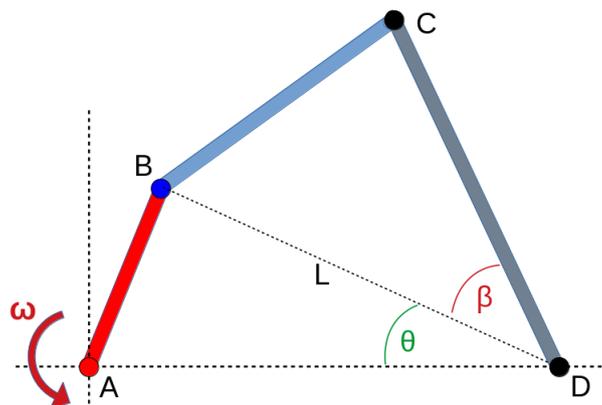


Figura 1: Esquema cinemático barras rígidas. Una barra AB de longitud  $10\text{cm}$  gira con velocidad angular  $\omega = 12\text{rad/s}$  respecto al punto A, que se encuentra fijo. A esta barra está unida una barra BC de longitud  $15\text{cm}$ , la cual gira libremente. La barra BC está unida a la barra CD, de longitud  $20\text{cm}$ , que posee su otro extremo fijo (punto D).

Ayuda: emplee el *script* [TP5\\_Ej1\\_Cinematica\\_Barras.m](#) subido a la web de la asignatura.

**Ejercicio 2.** En el Trabajo Práctico 2 se analizó el estado estacionario de una red de 5 mezcladores químicos. En este ejercicio se considera la respuesta transitoria o dinámica, ver descripción en Figura 12.3 del libro de Chapra y Canale, Capítulo 12, 5ta Ed, 2007. El ejercicio propuesto se basa en el análisis del estado transitorio desarrollado en el Capítulo 28 del mismo libro.

Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. El tiempo hasta el estado estacionario se caracteriza por el tiempo que tarda cada reactor en alcanzar el 90 % de la concentración en el estado estacionario,  $t_{90}$ . Estime  $t_{90}$  para cada reactor.
2. Se produce una variación de la concentración en  $t = 10\text{min}$  en la entrada del reactor 1 el cual se aproxima por

$$b_1(t) = 1 + \exp(-(t - 10)^2).$$

- a) Grafique el la entrada  $b_1(t)$  en función del tiempo  $t$ .
  - b) Determine las respuestas transitorias y grafique  $c_i(t)$ .
3. La carga en el reactor 3 decrece en un 25 % de forma abrupta en  $t = 10\text{min}$ . Luego de media hora se restablece súbitamente el valor de entrada.
    - a) Cree una función [TP5.Ej2\\_Carga3\\_Escalon.m](#) que modele el valor en la entrada  $b(t)$  en función del tiempo. Grafique  $b_3(t)$ .
    - b) Determine las respuestas transitorias y grafique  $c_i(t)$ .

*Ayuda:* emplee el *script* [TP5.Ej2\\_Mezcladores\\_Transitorio.m](#) de la web de la asignatura.

**Ejercicio 3.** Considere que se mezclan perfectamente dos fluidos A y B con temperatura diferente de modo que alcanzan la misma temperatura. La mezcla se realiza en un recipiente perfectamente aislado del medio exterior, proceso adiabático.

La capacidad calorífica específica o calor específico a presión constante del fluido A está dada por:

$$c_p = 925.858 - 2.692 T + 0.002 T^2,$$

y el calor específico del fluido B se obtiene con:

$$c_p = -1444.258 + 3.492 T - 0.002 T^2,$$

donde  $c_p$  se expresa en unidades de cal/mol K y  $T$  está en unidades de K.

El fluido A entra al mezclador a  $T_{A1}$  en el rango  $[300,600]^\circ\text{C}$  y el B entra a una temperatura  $T_{B1}$  entre  $500^\circ\text{C}$  y  $800^\circ\text{C}$ . Al mezclador entra el doble de fluido A que B. Mediante el empleo de un *script* resuelva los siguiente ítems en Octave:

1. Cree funciones anónimas de  $c_P$  para el fluido A y B. Grafique el comportamiento de los calores específicos, en los rangos de temperatura correspondientes y en una sola figura.
2. ¿A qué temperatura  $T_2$  salen los dos fluidos del mezclador en el rango analizado? Grafique la superficie de respuesta empleando la orden `surf`.
3. El rango de operación del proceso industrial requiere que  $T_2$  se restrinja en el rango  $[525,550]^\circ\text{C}$ .
  - 3.a) Muestre el resultado empleando curvas de nivel, un mapa de colores y las opciones necesarias tal de obtener la Figura 2.

- 3.b) Realice una discusión en base a los resultados obtenidos para el rango de operación desde un punto de vista tecnológico, económico y como ingeniero responsable del proceso industrial.

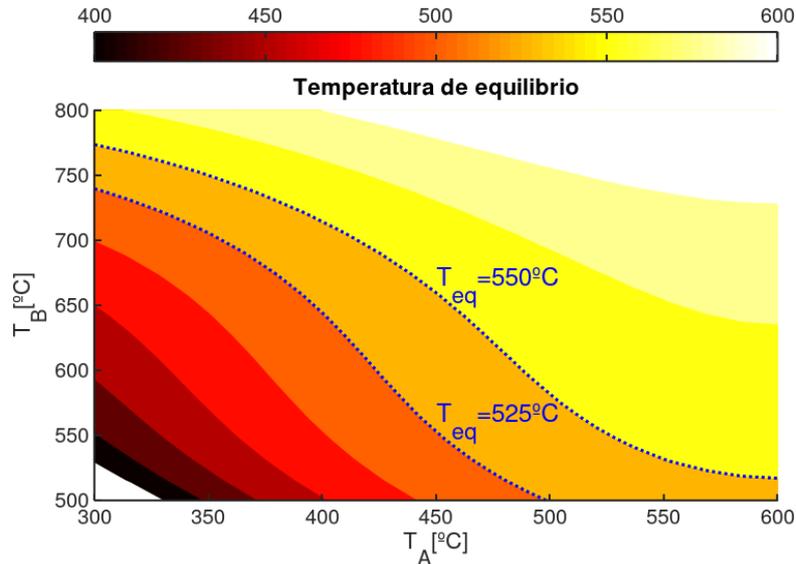


Figura 2: Temperatura de equilibrio de un mezclador de dos fluidos a diferente temperatura.

**Ejercicio 4.** Dado el siguiente polinomio  $p(x) = x^5 - 4x^3 + x - 1$ , se pide

1. Realizar el gráfico de la figura en el intervalo  $[-2.5, 2.5]$ . Observando la figura aproxime los valores de las raíces.
2. Implemente el método de la secante en `Octave` utilizando el código dado de ejemplo en [es.wikipedia.org/wiki/Método\\_de\\_la\\_secante](https://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_la_secante). Calcule las raíces del polinomio.
3. Utilice la función `roots` para determinar las raíces. ¿Encuentra alguna diferencia? Discuta.
4. Determine el orden de convergencia del algoritmo de la secante según la expresión dada por [wiki]:  $q \approx \frac{\ln \left| \frac{x_{n+1} - x_n}{x_n - x_{n-1}} \right|}{\ln \left| \frac{x_n - x_{n-1}}{x_{n-1} - x_{n-2}} \right|}$ .
5. Discuta el resultado dado por la función `secante(ff, 0, 1, 0.0001)`, donde `ff` es  $p(x)$ .
  - En la siguiente web puede encontrar ejemplos e información útil sobre funciones `Matlab/Octave` para calcular las raíces de una ecuación [www.sc.ehu.es/.../raices3.html](http://www.sc.ehu.es/.../raices3.html)

**Ejercicio 5.** Sea la función  $f(x) = x \sin(\pi x) - \exp(-x)$ . Considere el siguiente algoritmo del método de Newton-Raphson para determinar la raíz de  $f(x)$  implementado en `Octave`:

```
function x=newton_raphson(f,fp,x0,TOLX)
    while(1)
        x=x0-f(x0)/fp(x0);
        if abs((x-x0)/x)<TOLX
            break
        end
        x0=x;
    end
end
```

Donde a la función `newton_raphson`, se le pasa la función `f` y su derivada `fp`, la aproximación inicial `x0` y la tolerancia `TOLX`.

1. Dibuje la función. Determine por inspección visual el valor de la menor raíz.
2. Implemente en `Octave` el algoritmo de Newton-Raphson (N-R) dado por la función `newton_raphson`. Realice los cambios que considere oportunos para que esta función sea robusta y pueda concluir si excede un número de iteraciones especificado por `ITERMAX`.
3. Determine el cero de  $f(x)$  mediante el método de N-R. Para ello cree un `script` que contenga las siguientes líneas:

```
f=@(x) x*sin(pi*x) - exp(-x);
fp=@(x) sin(pi*x) + x*pi*cos(pi*x) + exp(-x);
xs=newton_raphson(f,fp,0.5,0.0001);
disp([xs,f(xs)])
```

4. Determine el orden de convergencia para este problema dado por el método de N-R (ver Ejercicio 4.4).

## Ejercicio 6.

Un fluido se bombea en la red de tubos que se muestra en la Figura 3. En estado estacionario, se cumplen los balances de flujo siguientes:

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_2 + Q_3, \\ Q_3 &= Q_4 + Q_5, \\ Q_5 &= Q_6 + Q_7, \end{aligned}$$

donde  $Q_i$  es el flujo en el tubo  $i$  ( $m^3/s$ ). Además, la caída de presión alrededor de los tres lazos en los que el flujo es hacia la derecha debe ser igual a cero.

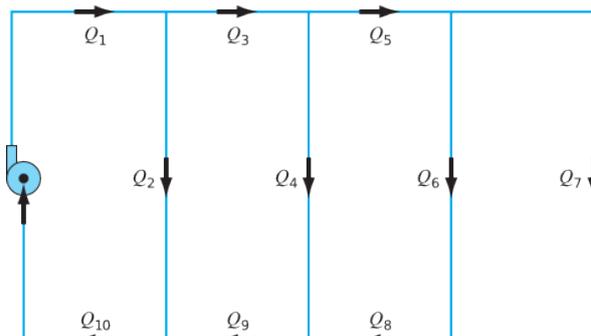


Figura 3: Red de tubos. Figura P8.44 del libro de Chapa y Canale, Métodos Numéricos Para Ingenieros. Capítulo 8, 5ta Ed, 2007.

La caída de presión en cada tramo de tubo circular se calcula por medio de la ecuación:

$$\Delta P = \frac{16 f L \rho}{\pi^2 2 D^5} Q^2,$$

donde  $\Delta P$  es la caída de presión ( $Pa$ ),  $f$  = factor de fricción [adimensional],  $L$  es la longitud del tubo ( $m$ ),  $\rho$  es la densidad del fluido ( $kg/m^3$ ), y  $D$  es el diámetro del tubo ( $m$ ).

Todos los tubos tienen  $D = 500$  mm. Las longitudes de los tubos son:  $L_3 = L_5 = L_8 = L_9 = 2m$ ;  $L_2 = L_4 = L_6 = 4m$ ; y  $L_7 = 8m$ .

Escriba un `script` en `Octave` que permita calcular el flujo en cada tramo de tubo, dado que  $Q_1 = 1m^3/s$  y  $\rho = 1.23kg/m^3$ . Considere:

1. El factor de fricción  $f = 0.005$ .
2. El factor de fricción se calcula con la *ecuación de von Karman*, que es:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4 \log_{10}(Re \sqrt{f}) - 0.4,$$

donde  $Re$  es el número de Reynolds. Obsérvese que para un tubo circular,  $V = 4Q/\pi D^2$  dada en  $m/s$ . Suponga que el fluido tiene una viscosidad de  $1.79 \times 10^{-5} N \cdot s/m^2$ .

3. Se desea conocer el comportamiento del sistema en el rango previsible de operación, para el cual  $Q_1$  se estima que será  $[\frac{1}{4}, \frac{7}{4}]m^3/s$ . El factor de fricción está dado por la ecuación de von Karman. Realice las curvas  $Q_i(Q_1)$ ,  $i = 2, \dots, 7$ , analice los resultados.

**Ejercicio 7.** Los aneurismas intracraneales son alteraciones de la pared de las arterias del cerebro, en los cuales la pared disminuye drásticamente su espesor (ver Figura 4.a)). Esta patología no suele presentar síntomas, pero está estrechamente relacionada con los accidentes cerebrovasculares, causando aproximadamente el 10% de los casos totales de ACVs, y cerca del 25% de muertes por ACV. Para el estudio de la biomecánica de esta patología, se emplean mallas de triángulos que describen la geometría del aneurisma, provenientes de la base de datos de [AneuriskWeb](#) (Figura 4.b)), siendo de gran importancia para los cálculos la estructura de datos utilizada al momento de definir dichas mallas.

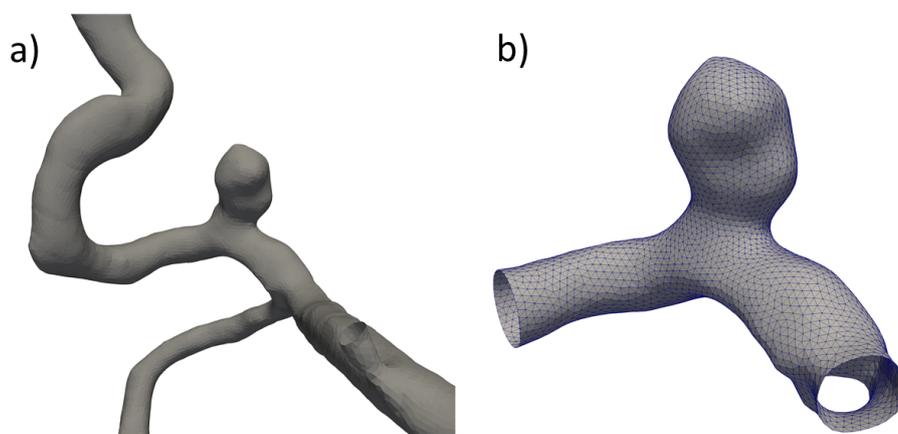


Figura 4: Modelos geométricos del caso 05 de la base de datos. a) Modelo del aneurisma y la vasculatura circundante. b) Detalle de los elementos y nodos en el modelo aislado

1. Mediante un script de Octave, cargue los datos de la malla TP5\_Ej7\_aneurisma.vtk, consistentes en una matriz de coordenadas (puntos) y una matriz de conectividades que indica qué puntos están unidos formando cada elemento. Grafique los nodos en 3D. *Hint:* Utilice la función `read_vtk.m` que se encuentra en la web del curso.
2. Desarrolle un algoritmo que le permita obtener una lista de nodos “vecinos” para cada nodo que define la malla, y añádalo al script.
3. Grafique nuevamente la malla del aneurisma, seleccionando un nodo y dándole un color diferente al resto de los nodos. En otro color, añada al gráfico la primer y segunda línea de vecinos del nodo seleccionado.

## Ejercicio 8.

1. Mire el vídeo de la BBC del siguiente link: <https://www.youtube.com/watch?v=RSJrBEhdZxw> e implemente los dos algoritmos que se mencionan para ordenar. Considere una lista de números reales entre -10 y 10.
2. Realice una curva en la que muestre el tiempo que se precisa para ordenar en función del número de elementos del arreglo,  $N = 1000, 2000, 5000, 10000, 20000, 50000$ .
3. Determine el orden de complejidad para ambos algoritmos.

**Ejercicio 9.** Un cilindro circular uniforme rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. El cilindro se encuentra conectado por la izquierda a un resorte de constante  $k = 50 \text{ N/m}$  y por la derecha a un amortiguador de constante  $c$ , medida en  $\text{Ns/m}$  (figura 5).

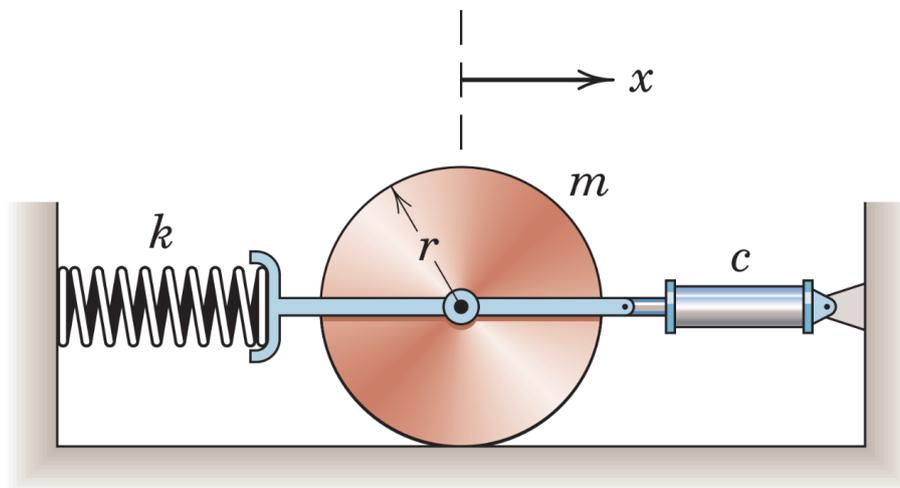


Figura 5: Cilindro amortiguado.

Existe una fuerza de rozamiento  $F$  sobre la superficie, y una carga adicional  $P$  hacia la derecha ejercida sobre el eje del cilindro, de  $500 \text{ N}$ . El diagrama de cuerpo libre se puede ver en la figura 6.

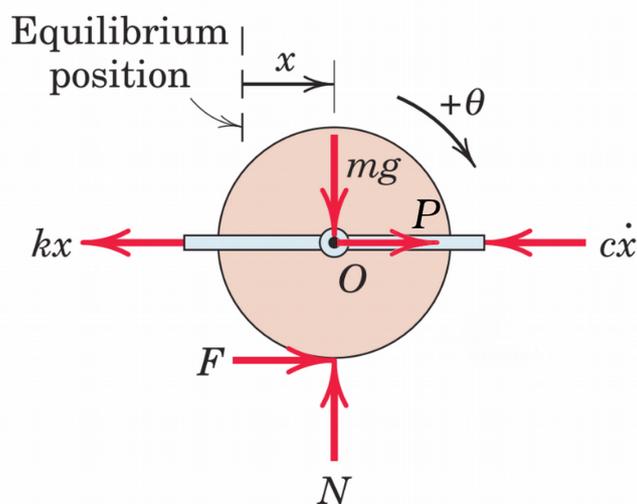


Figura 6: Diagrama de cuerpo libre para el cilindro.

A partir del equilibrio de fuerzas en y momentos, se puede llegar a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \left[ \sum F_y = 0 \right] &\rightarrow N = mg, \\ \left[ \sum F_x = m \frac{d^2x}{dt^2} \right] &\rightarrow -c \frac{dx}{dt} - kx + F + P = m \frac{d^2x}{dt^2}, \\ \left[ \sum M_G = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \right] &\rightarrow -Fr = \frac{1}{2}mr^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}. \end{aligned}$$

Considerando que el cilindro rueda sin deslizamiento, se cumple que

$$\frac{d^2x}{dt^2} = r \frac{d^2\theta}{dt^2},$$

lo que reemplazado en el momento nos permite despejar

$$-Fr = \frac{1}{2}m \frac{d^2x}{dt^2}.$$

Al reemplazar  $F$  en el balance de fuerzas en  $x$ , podemos encontrar una ecuación diferencial de segundo orden, que representa el movimiento del sistema

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2c}{3m} \frac{dx}{dt} + \frac{2k}{3m} x = 0$$

Para resolver esta ecuación utilizamos el método numérico de Runge-Kutta. Como este método resuelve EDOS de primer orden, debemos transformar nuestra ecuación de segundo orden en una de primer orden. Esto se hace reemplazando  $\frac{dx}{dt}$  por la velocidad  $v$ , obteniendo un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= v \\ \frac{dv}{dt} + \frac{2c}{3m}v + \frac{2k}{3m}x &= 0 \end{aligned}$$

Puede encontrar una implementación de este método en el script [RKorden4SEDO.m](#), utilizado para resolver el problema en el script [TP5\\_Ej9.Cilindro.m](#).

Puede resultar de interés caracterizar la respuesta del sistema al variar la constante  $c$  de amortiguación, determinando el tiempo que tarda el sistema en llegar al estado estacionario, el cual se alcanza cuando el cilindro se estabiliza en un valor determinado de  $x$ . En el script mencionado anteriormente, podrá encontrar la solución del problema para los valores  $c = 25$  Ns/m y  $c = 150$  Ns/m.

1. Obtenga la solución del problema para los valores de  $c$  comprendidos entre 25 y 150, en saltos de 25.
2. Desarrolle un algoritmo que calcule de forma aproximada el tiempo del valor estacionario. Para ello, debe definir una “ventana” de error  $\epsilon$  adecuado tal que  $|x(t) - x_{est}| < \epsilon$  (el valor  $x_{est} = 15$ ). El algoritmo debe verificar que los valores de la función se encuentren dentro de la “ventana” de error durante un intervalo de tiempo considerable, a fin de evitar puntos en los que el sistema no sea estable.
3. Grafique los tiempos obtenidos y compare.

**Entrega obligatoria del *script* utilizado para resolver UN Ejercicio seleccionado de los asignados al azar.**